LA NATURE, L'ESSENCE ET LA FINALITE DES MATHEMATIQUES A LA LUMIERE DU PAPYRUS DE RHIND

Pascal Kossivi ADJAMAGBO
Université Pierre et Marie Curie (Paris 6)
adja@math.jussieu.fr

Conférence organisée par l' IREM de LIMOGES
Tulle, le 19 février 2009

PLAN

1- Introduction
2- Sur l'étymologie grecque des mathématiques
3- La plus ancienne réflexion épistémologique sur les mathématiques
4- La méthode, la nature des mathématiques
5- Maât, l'essence des mathématiques
6- La connaissance de la nature matérielle et intelligible, la finalité première des mathématiques
7- conclusion

1. INTRODUCTION

« Le bon pianiste » chargé de jouer une partition de musique ne se contente pas de rendre fidèlement les prescriptions et les subtilités de sa composition, mais prend du plaisir à l' « interpréter », c'est-à-dire à « la faire vivre », à « lui donner de la vie », comme si cette composition jaillissait de la créativité de son auteur.

« Le bon pianiste » est le modèle du « bon enseignant des mathématiques ». La mission que la société a confiée à ce dernier ne consiste pas seulement à transmettre à ceux dont il a la charge de l'enseignement des « connaissances mathématiques » « à géométrie variable » selon l'évolution des époques et des mentalités, mais surtout à transmettre « des méthodes de raisonnements », ces « invariants de la pensée mathématique », et au-delà de ces invariants, « la tradition spécifique et multimillénaire de pensée » que constituent les mathématiques et qui fait sa fécondité et son incomparable longévité depuis sa longue et lente germination dont témoignent les plus anciennes traces de mathématiques, « les figures géométriques » gravées sur les pierres de la Grotte de Blombos en Afrique du Sud et vieilles de 77 millénaires, publiées seulement dans le numéro du 15 février 2002 du Journal « Science », et datant donc d'une époque où l'espèce humaine moderne, l'Homo Sapiens Sapiens, n'avait pas encore foulé le sol ni de l'Asie continentale, ni de l'Europe, ni encore moins de l'Amérique, ce qui soit dit au passage, règle de manière magistrale et incontestable la question combien importante de « l'origine africaine de notre discipline », conformément à la sagesse africaine qui recommande : « si tu ne sais pas où tu vas, saches au moins d'où tu viens ».

Pour remplir avec « la qualité » espérée sa mission aussi exaltante qu'exigeante, il est indispensable et d'une importance capitale pour le « bon enseignant des mathématiques » de « tenir compte » à la fois de « la nature, l'essence et la finalité des mathématiques ». Cela suppose qu'il ait pris le temps et la peine préalablement d'y réfléchir sérieusement et de méditer sur ce que cela implique pour sa manière d'enseigner, de transmette cette « vénérable et prestigieuse tradition de pensée » que représentent les mathématiques.

L'objet de cette conférence est de contribuer à cette réflexion et cette méditation qui s'imposent, non seulement au « bon enseignant des mathématiques », mais aussi au « vrai chercheur en mathématiques », bref à « tout mathématicien digne de ce nom », en exposant pour la première fois dans l'histoire et la philosophie des mathématiques une conception cohérente et éclairante à la fois de « la nature, l'essence et la finalité des mathématiques », à la lumière de la plus de la plus ancienne réflexion épistémologique sur les mathématiques écrite à l'entête du papyrus dit de Rhind, datant d'avant 1650 avant notre ère, comme nous le commenterons plus amplement dans la suite de notre exposé (voir la figure 1 ci-après).

Par cette contribution, nous voudrions faire honneur aux travaux de notre Maître Jean Dieudonné, un des co-fondateurs du Groupe Bourbaki, non seulement en recherche mathématique, mais aussi en histoire et en philosophie des mathématiques, notamment dans son livre au titre combien évocateur « Pour l'honneur de l'esprit humain » [13] (voir aussi [12], [14], [15]), conformément à la vénérable tradition des « mathématiciens et penseurs français », honorée avant Dieudonné au plus haut point par Henri Poincaré, notamment dans sa trilogie « La science et l'hypothèse », «la valeur de la science », « la science et la méthode » [28], et à un point remarquable aussi bien par René Thom (voir par exemple [9]) que par Alexandre Grothendieck, notamment dans ses mémoires « Récoltes et semailles » [18] et non « Semailles et récoltes » comme on pouvait s'y attendre (voir aussi [22] et la citation de [18] dans [4]). Ces figures qui honorent au plus point tant « la culture française » que « l'exception culturelle française » sont à la fois des mathématiciens éminents et des penseurs profonds dont l'ensemble des travaux est un feu d'artifice réfutant de manière éclatante le jugement sévère du philosophe Martin Heidegger selon qui « la science ne pense pas » (voir [20], Part One, Section II).

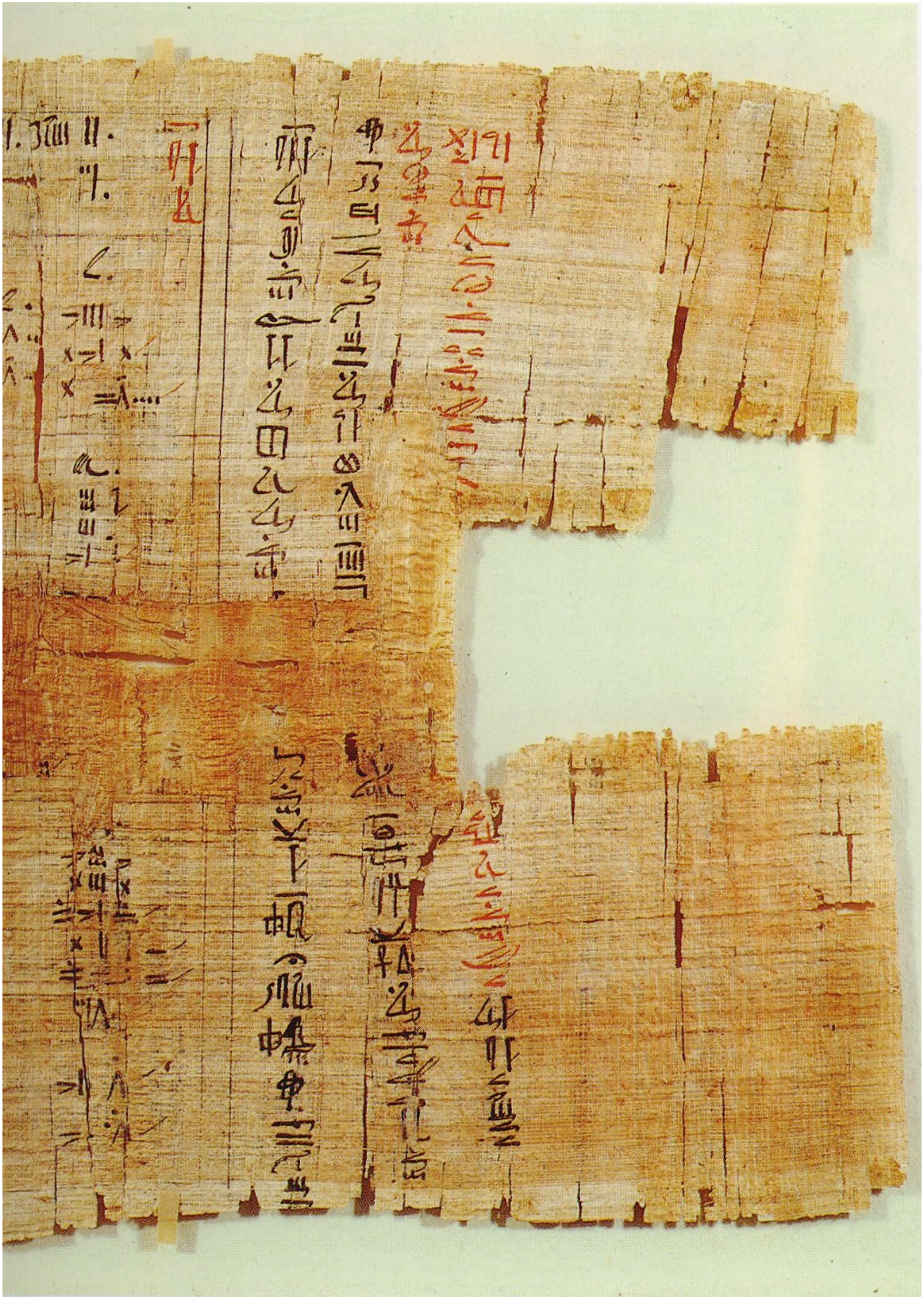

Fig 1. **Début du Papyrus dit de Rhind avec l'annotation en encre rouge du scribe Ahémessou**

Notre initiative voudrait également être une réponse à la non moins provocante interpellation d'un autre grand philosophe et ami intime des mathématiques comme son grand maître Platon, nous voulons parler de la philosophe Simone Weil, la sœur d'un autre co-fondateur du Groupe Bourbaki André Weil, auteur d'une célèbre lettre sur l'analogie en mathématiques [30] à sa sœur, qui a écrit elle-même une mémorable lettre à son ancien professeur le philosophe Alain au sujet du projet d'un travail de réflexion sur la science en disant : « ce que je voudrais le plus est de pouvoir lancer un appel à tous ceux qui savent et font effectivement quelque chose, à qui il ne suffit pas juste de savoir ou de faire, mais qui veulent vraiment réfléchir sur ce qu'ils savent ou font » dans [30'], p. 115.

Mais avant de rentrer dans le vif du sujet, permettez-nous de prendre la précaution de rappeler l'étymologie du mot « mathématiques », qui est mal connue même de ceux ont la charge de transmettre cette tradition ou de l'honorer par la chaîne ininterrompue des innovations, selon la formule de Le Corbusier : « la tradition est la chaîne ininterrompue des innovations ».

2. SUR L'ETYMOLOGIE GRECQUE DU MOT MATHEMATIQUES

Le mot « mathématiques » est la traduction du mot grec « mathemata », le pluriel du mot « mathema », un substantif du verbe « manthano ». Ce verbe signifie « apprendre de manière pratique, à travers l'expérience », de sorte que le nom « mathemata » qui en dérive signifie « les connaissances apprises par instruction ou par une expérience pratique au contact d'un maître », comme l'explique bien l'historien congolais Théophile Obenga dans son livre fort instructif « la géométrie égyptienne » [25], Appendice I, p. 287-288. Aussi, comme l'indique son étymologie grecque, les mathématiques apparaissent dans le concert des productions culturelles de l'humanité comme « une tradition intellectuelle et spécifique de pensée acquise au contact de maîtres à travers une interaction concrète ou une lecture critique ».

Comme vous le constatez, cette étymologie grecque ne dit rien sur la nature, l'essence ou la finalité des mathématiques, trahissant le fait historique méconnu de bonne foi ou occulté de mauvaise foi que les mathématiques ne sont une tradition d'origine grecque, mais une tradition empruntée héritée de l'Egypte Africaine Antique, conformément aux dépositions formelles devant le tribunal de l'histoire par les auteurs grecs les plus célèbres comme Hérodote, considéré comme « Le Père de l'histoire » dans son célèbre livre Histoires [21], II, n. 109, Platon, considéré comme « le Père de la Philosophie » dans son livre Phèdre [27], 274, d, Aristote, considéré comme « le Père de la logique », dans son livre La Métaphysique [7], A, 1, 981, b, 10-30, qui ont personnellement séjourné dans « la patrie de l'écriture, des mathématiques, de la médecine, de la chimie, de l'architecture, des beaux arts et des belles lettres » que représente l'Egypte

Africaine Antique, comme l'éminent égyptologue, paléontologiste, physicien et linguiste Cheikh Anta Diop (voir par exemple [5], Annexe), dont l'Université de Dakar porte fièrement le nom, l'a si bien rappeler dans son livre testament « Civilisation ou barbarie » [16] (voir aussi [26],[1],[2],[3]).

3. LA PLUS ANCIENNE REFLEXION EPISTEMOLOGIQUE SUR LES MATHEMATIQUES

Celui qui veut connaître la nature, l'essence et la finalité des mathématiques dont donc interroger la source égyptienne, plus précisément le scribe « Ahemessou ». Son nom écrit « Ahmsu » en caractères hiératiques égyptien sans toutes ses voyelles prononcées, mais avec la voyelle finale prononcée « ou », est faussement prononcée à la manière arabe « Ahmès » par de prétendus égyptologues qui par ce acte profanent le texte sacré égyptien, appelé en égyptien ancien « parole divine » et prononcé « medu neter », en mutilant donc son dernier caractère prononcé « ou », trahissant le fait irréfutable qu'ils sont en fait des « apprentis égyptologues » encore étrangers à l'Egypte Africaine Antique, en particulier à ce Egyptien Africain qui est incontestablement « le premier mathématicien connu de l'histoire » et « le premier philosophe des mathématiques », qui a écrit au sujet des mathématiques au plus tard en 1650 avant notre ère, comme annotation en encre rouge en tête du papyrus dit de Rhind, plus de mille ans avant les premiers philosophes grecs, à une période où même les héros légendaires de la Grèce n'étaient pas encore nés, la réflexion surprenante suivante interprétée par la plus part des égyptologues comme le titre du document présenté : ***« Méthode exacte et rigoureuse d'investigation de la nature, afin de découvrir tout ce qui existe mais est caché ».***

Une traduction si claire et fidèle est basée sur la traduction mot à mot, rigoureuse et éclairante suivante, avec une transcription approximative en alphabet latin d'une prononciation conventionnelle de l'écriture hiératique égyptienne, proposée par Théophile Obenga à la page 290 de son livre cité, en contraste avec les traductions habituelles et obscures de cette phrase comme dans [29] : « Méthode exacte (tep-heseb) d'investigation (en hat) dans (em) la nature (khet) pour connaître (rekh) tout ce qui existe (netet nebet), chaque mystère (seneket nebet), tous les secrets (shetat nebet) ».

La signification de cette réflexion au sujet des mathématiques est encore plus profonde quand la notion de « nature » est comprise dans sa totalité de « monde intelligible et monde matériel ». Comme Théophile Obenga l'a écrit dans la présentation de sa traduction littérale : « Ce titre renferme la définition, la conception égyptienne des mathématiques. Il convient donc de le lire strictement. Des esprits naïfs et mal intentionnés n'ont pas toujours su noter la grande clarté et l'extrême rigueur de ce texte d'une exigence scientifique certaine. Au demeurant, placer un titre en tête d'un livre est une preuve de méthode, de rigueur, de vision intellectuelle de ce que l'ont entreprend de faire. Titrer un ouvrage est un acte de raison, d'attention, d'évaluation critique » (idem, p. 288).

4. LA METHODE, LA NATURE DES MATHEMATIQUES

En effet, la réflexion d'Ahémessou sur les mathématiques, qui révèle à la fois la nature, l'essence et la finalité des mathématiques et son pouvoir sur toute la nature, signifie à un premier niveau de lecture que la nature des mathématiques est « la méthode », que le mathématicien et philosophe René Descartes a « redécouvert » plus de trois mille ans après et l'a popularisé par son fameux livre « Discours de la méthode » [11] publié en 1637 et dont le titre complet est « Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences » . C'est également sur « la méthode » que le mathématicien et penseur Henri Poincaré projette les lumières de son intelligence dans son livre testament « La science et la méthode » [28]. Plus précisément, la réflexion d'Ahémessou à ce niveau de lecture signifie en premier lieu que les mathématiques sont un corps de méthodes, de méthodes de raisonnement, à être considérés comme des outils immatériels et théoriques dans le prolongement et en complément des outils matériels propres à la culture humaine.

Remarquons que dans son énoncé sur la méthode, Ahémessou n'a pas mentionné les objets variés sur lesquels s'appliquent les méthodes, comme l'illustre à profusion le contenu du papyrus qu'il présente, et dont les objets sont des nombres, des figures géométriques dans le plan et dans l'espace, et les « mesures » attachées à ces dernières. Nous savons par notre expérience mathématique contemporaine que les objets auxquels s'appliquent les méthodes mathématiques peuvent être aussi les ensembles, les relations, les applications, les structures, les catégories, les diagrammes et les axiomes. Ce qui est remarquable dans l'énoncé d'Ahémessou est qu'il signifie qu'au-delà de la diversité des méthodes et des objets sur les quels s'appliquent les méthodes, ce qui est spécifique aux mathématiques et définit sa « nature » est « la méthode », qui peut être également appelé « la méthodologie ». En d'autres termes, la réflexion d'Ahémessou signifie que c'est « la méthode », « la nature des mathématiques », qui fait « l'unité des mathématiques », riche de la diversité des méthodes et des objets mathématiques, et aussi qui fait « l'unicité des mathématiques » parmi toutes les sciences et les productions de l'humanité.

Comme le professeur Obenga l'a écrit dans les commentaires sur sa traduction littérale, « les Egyptiens insistent sur l'aspect, fondamental, de la méthodologie dans la connaissance totale de la nature : cette méthodologie purement rationnelle, c'est la mathématique ». Les expériences éclairantes de la civilisation scientifique et technologique moderne, inaugurée par la civilisation Africaine Egyptienne, prouvent que tant les outils matériels qu'immatériels, tant concrets que théoriques, comme les procédées théoriques et technologiques de fabrication d'une bombe atomique, sont nécessaires à l'humanité pour explorer et maîtriser efficacement son environnement concret et sa vie de tous les jours.

C'est certainement ce que le prix Nobel de physique de 1982, Kenneth Wilson avait en tête quand il a déclaré à l'occasion de l'inauguration du centre de super ordinateur de l'Université Connell : « les super ordinateurs conduiront à la mise en place, dans la recherche scientifique, d'une stratégie nouvelle et résolument novatrice, dans le prolongement des de l'approche théorique initiée par l'Egypte Ancienne et les expériences technologiques de la période de Galilée ».

Par sa formulation concise et gorgée de sens, la formule d'Ahémessou confère aux méthodes mathématiques « la primauté sur les objets mathématiques », et par suite « le pouvoir de les regrouper et de les classifier selon les champs d'applications des méthodes ». Ainsi des objets de natures différentes mais auxquels s'appliquent les mêmes méthodes peuvent être considérés comme des objets de même type, tandis que des domaines de mathématiques regroupant des objets de types différents peuvent se retrouver « unifiés » par des « passerelles de méthodes ». Par exemple, les nombres et les fonctions, auxquelles s'appliquent les mêmes méthodes propres à la structure des espaces vectoriels, peuvent être considérés comme des objets mathématiques de même type malgré la différence de leurs natures.

Comme dans « la tectonique des plaques », cette loi de « la primauté des méthodes sur les objets » explique la formation de « théories mathématiques » qui ne sont rien d'autre que des « ensembles de méthodes » s'appliquant aux objets d'un même « ensemble d'objets », comme « la théorie des groupes », « la théorie des déterminants », « la théorie des schémas ». Cette loi explique ensuite la formation des « disciplines ou branches mathématiques » qui ne sont rien d'autre que des « ensembles de théories » regroupées selon les « affinités » entre les types des objets mathématiques dans les champs d'application de ces théories, comme l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie, et l'analyse.

Comme dans l'industrie, cette loi explique aussi les « transferts de technologie » entre les manipulations d'objets mathématiques de natures différentes comme les nombres et les fonctions ou entre les manipulations des objets des branches différentes des mathématiques, comme l'analyse et la géométrie, grâce à « la fécondité de l'analogie » dont a témoigné André Weil dans la lettre citée à sa soeur, créant ainsi « la géométrie analytique » et « la géométrie différentielle », comme l'algèbre commutative et la géométrie, créant ainsi « la géométrie algébrique », ou encore entre l'algèbre non commutative et l'analyse fonctionnelle, créant ainsi « la géométrie non commutative » d'Alain Connes.

Conformément à la nature des mathématiques selon Ahémessou, ces transferts de méthodes, tout en manifestant « l'unité des mathématiques », accroissent notoirement, des fois de manière spectaculaire, la fécondité des mathématiques à l'intérieur même des mathématiques, comme l'illustre la preuve de la « conjecture de Fermat » au bout de 350 ans et de la « conjecture de Poincaré » au bout de 100 ans, comme le faisait déjà remarquer de manière prémonitoire notre maître Jean Dieudonné bien avant ces avancées spectaculaires en écrivant : « on peut dire sans exagération qu'il y a eu plus de problèmes de mathématiques fondamentaux résolu depuis 1940 que de Thalès à 1940 » ([12], note 2, p. 20), suggérant ainsi que la loi de fécondité des mathématiques est « exponentielle ».

C'est la transmission de la tradition intellectuelle d'un corps spécifique de méthodes définissant la nature des mathématiques, et non l'enseignement de recettes de cuisines utiles, qui permet à la vocation et au métier d'enseignant de mathématiques d'être si prestigieux et si gratifiant. C'est l'exploration « pour l'honneur de l'esprit humain » du monde mystérieux des méthodes novatrices, ces « choses cachées depuis la fondation du monde », selon les mots des titres des fameux livres de Jean Dieudonné [14] et de René Girard [17], qui rend la vocation et le métier de chercheur en mathématiques si unique et fascinant.

A la fin de ces réflexions sur « la méthode », puisque la plupart des historiens des mathématiques, par suite la plus part des mathématiciens, semblent l'ignorer, qu'il nous soit permis de rappeler que ce n'est pas seulement « la méthode » que Descartes a redécouvert et popularisé par son fameux livre, mais aussi les principes de la « géométrie analytique », avec l'usage de ce qui est connu de nos jours comme « les coordonnées cartésiennes », mais qui étaient connues et utilisées, non seulement dans les « bureaux d'études » des ingénieurs égyptiens qu'étaient leurs fameuses « maisons de vie », mais aussi et surtout sur leurs non moins célèbres chantiers de construction par les maçons égyptiens, plus de 4400 ans avant Descartes. En effet, comme l'a rapporté B. Lumpkin dans son très instructif article [23], p. 25, un « plan d'architecture » égyptien inscrit en encre rouge comme la formule d'Ahémessou, non plus sur a papyrus, mais sur un morceau d'ardoise appelé ostracon, trouvé sur le complexe du Pharaon Djoser à Saqqara, daté donc d'environ 2800 avant notre ère, à un endroit non loin d'un construction, de la forme d'une voûte, montre une courbe avec l'indication des « ordonnées », c'est-à-dire des « secondes coordonnées cartésiennes » des points d'intersection de la courbe avec des droites verticales espacées de manière régulière donnant les « abscisses », c'est-à-dire des « premières coordonnées cartésiennes » de ces points, comme l'a prouvé l'égyptologue B. Gunn dans son article [19], p. 200, n. 1. Comme l'ont expliqué S. Clarke et R. Engelbach dans leur livre [10], p. 53 : « il est très probable que la figure sur l'ostracon était destinée à servir de modèle aux maçons construisant la voûte. Si cela est vrai, c'est la preuve que la méthode de construction d'une courbe avec des coordonnées était connue », et nous pourrions ajouter « même des maçons de l'Egypte Africaine Antique, plus de quatre mille ans avant que Descartes ne soit le premier à le comprendre dans la civilisation occidentale moderne ». Cependant les origines des « coordonnées cartésiennes » représentent une question d'une telle importance pour l'histoire des mathématiques qu'elles méritent d'être sérieusement étudiées pour elles mêmes dans un travail à part et à part entière (voir la figure 2 ci-après).

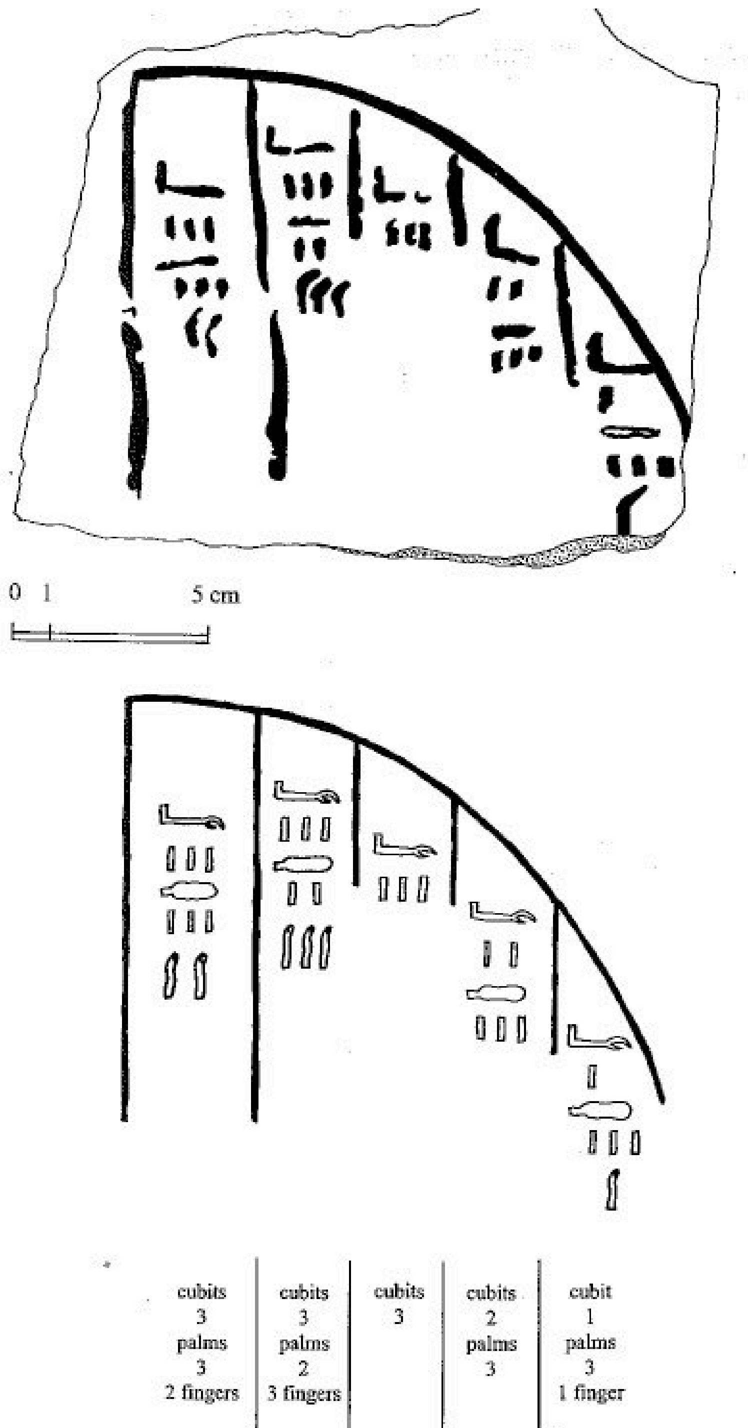

Fig 2. **Figure d'une courbe datant de la 3^e Dynastie des Pharaons avec les indications des « secondes coordonnées cartésiennes » des points d'intersection de la courbe avec des droites verticales espacées de manière régulières donnant les « premières coordonnées cartésiennes » de ces points plus de 4 400 ans avant la redécouverte des « coordonnées cartésiennes » par René Descartes.**

5. MAAT, L'ESSENCE DES MATHEMATIQUES

La réflexion d'Ahémessou signifie également au premier niveau de lecture que l'exactitude et la rigueur font partie de l'essence des mathématiques, présentant ainsi les mathématiques comme « la science exacte par excellence », à la différence des autres sciences de la nature qui sont par définition « des sciences d'approximation de la nature ».

Mais ceux qui sont familiers avec la culture antique égyptienne pourraient reconnaître dans le second mot de la formule de Ahemessou une citation implicite de « Maât, le principe organisationnel universel de la civilisation de l'Egypte Africaine Antique », un concept étonnamment riche et complexe dont les composantes sont : le bien, le vrai, le beau, le discernement, la justice, la justesse, l'exactitude, la rigueur, l'ordre spirituel, cosmique ou social, l'harmonie, la grâce, la clarté, la simplicité, etc. (voir aussi [8],[6]). Ce principe est implicitement cité à la fin de certaines preuves mathématiques avec la formule « m mitt pu », qui peut être considérée comme la forme abrégée de « ma mitt pu », sur le modèle de la formule religieuse « ma khe ru » (voir par exemple [24]), et qui signifie « c'est conforme à la Vérité, c'est-à-dire à Maât », formule dont dérive notre formule moderne « c'est ce qu'il fallait démontrer, C.Q.F.D. ».

C'est cette « conformité à Maât » qui est le critère salut ou de perdition » du « jugement divin » ouvrant au candidat à la vie éternelle qui pouvait être déclaré « ma khe ru », c'est-à-dire « justifié, conforme à Maât », les portes de l'éternité, d'après le « Livre des Morts » des anciens Egyptiens, et qui prouve que d'après son origine égyptienne, les mathématiques sont une expression intellectuelle, et même une incarnation intellectuelle, du principe de Maât.

Ainsi, la réflexion d'Ahemessou signifie à un second niveau de lecture que « l'essence complet des mathématiques c'est Maât », en d'autres termes que dans l'essence des mathématiques ne sont pas seulement l'exactitude et la rigueur, mais aussi toute les autres composantes de Maât, en particulier la simplicité, qui est une des spécificités les plus remarquables de toutes les mathématiques égyptiennes, comme le prouve la simplicité et le génie de la géométrie et de l'arithmétique égyptienne, notamment « la méthode de la multiplication égyptienne » au sujet de laquelle le cours d'informatique de 1985 de l'Ecole Polytechnique révèle après des calculs savants de ce que les mathématiciens contemporains appellent « la complexité algorithmique de la vénérable multiplication égyptienne » : « ces chiffes démontrent tout l'intérêt de la méthode égyptienne pour la multiplication de relativement grands nombres et expliquent que ce vénérable algorithme soit toujours utilisé dans les ordinateurs ne disposant pas de multiplicateurs. Si le temps de cycle d'un tel ordinateur est de une micro-seconde pour réaliser additions comme décalages, il calculera une multiplication sur 32 bits en plus de 32x3 cycles, soit moins de 100 microsecondes par multiplication égyptienne. L'utilisation de l'algorithme naïf conduirait à 2 puissance 32 cycles, soit près de 1 h 11 minutes pour le même calcul ».

L’équivalence des formules « c’est vrai », « c’est juste », « c’est exacte », « c’est correct », « c’est bien », « c’est bon », « c’est beau », pour exprimer l’admiration devant une preuve mathématique peut être interprétée comme une conséquence ou une confirmation de l’identité entre Maât et l’essence complète des mathématiques.

Par suite, d’après la source historique et l’essence des mathématiques, les mathématiques sont à la fois la recherche du bien, du vrai, du beau, du discernement, de l’exactitude, de la rigueur, de la précision, de la concision, de l’harmonie de la grâce, de la clarté, et surtout de la simplicité, car le plus grand génie des mathématiques est le génie de la simplicité.

Pour finir ces réflexions sur l’essence des mathématiques, qu’il nous soit permis de formuler le vœu qu’elles contribuent à attirer l’attention de mes collègues mathématiciens sur le fait trop souvent occulté que la simplicité, la clarté, l’élégance, l’harmonie, la beauté et la grâce font partie aussi pleinement des mathématiques que l’exactitude, la rigueur, la précision et la concision, qu’une preuve mathématiquement correcte, mais artificiellement compliquée n’est qu’une vision floue de la réalité mathématique à travers la pénombre et la brume de l’aurore, en attendant que le soleil de la grâce et de la simplicité se lève pour illuminer cette réalité, conformément à la conviction du mathématicien Jacques Hadamard selon qui « en mathématiques, le plus simple vient toujours en dernier », comme notre maître Dieudonné l’a rappelé tout au début de son article « sur le développement historique de la notion de groupe » [13], et conformément à la formule de Léonard de Vinci « la simplicité est la sophistication suprême ».

6. LA CONNAISSANCE DE LA NATURE MATERIELLE ET INTELLIGIBLE, LA FINALITE PREMIERE DES MATHEMATIQUES

« C’est en Egypte, a mon avis, que la géométrie fut inventée, et c’est de là qu’elle vint en Grèce », a affirmé « le Père de l’Histoire » dans sa déposition précédemment évoquée devant le tribunal de l’histoire sur l’origine égyptienne et africaine, et non grecque, des mathématiques ([21], II, 109). Dans son interprétation de ce « fait historique » qui fait l’unanimité de tous les auteurs grecs anciens et qui est en fait « un haut fait de l’histoire », Hérodote affirme également que la finalité de ces mathématiques est la gestion de la fiscalité de l’état égyptien pharaonique grâce à la « mesure des surfaces des terres cultivées régulièrement recouvertes par les crues du Nil », conformément à l’étymologie grecque du mot « géométrie », c’est-à-dire « la mesure de la terre ».

Malgré, et peut-être à cause l'autorité intellectuelle dont jouit « le Père de l'Histoire », son interprétation de l'origine et de la finalité des mathématiques mérite d'être correctement comprise. En effet, l'usage des mathématiques à un « haut niveau » est attesté en Egypte près de 1500 ans avant la période indiquée dans ce passage de son livre et estimée coïncider avec la période de la douzième dynastie Egyptienne, c'est-à-dire entre 1991 et 1786 avant J.C, selon la note 270 de l'édition [21] des « Histoires » d'Hérodote. C'est ce que prouvent les notations des grandes puissances de 10 jusqu'au million sur les plaquettes d'ivoire des tombes Uj d'Abydos datant d'au moins 3400 avant J.C., ou sur la tête de massue de Narmer et la palette de Narmer datant d'au moins 3200 avant J.C. (cf [3'], [21'], [29''']), les calculs de « seqed », c'est-à-dire de cotangente d'angle, à Meidum avant 2600 avant J.C., pour mesurer l'inclinaison de pentes (cf [21'], [23]), sans oublier les fondements mathématiques indéniables des pyramides Egyptiennes dont les plus anciennes et les plus célèbres ont été construite entre 2800 et 2600 avant J.C. (cf [2], [29'']). Ce témoignage de Hérodote doit donc être compris comme la confirmation par Hérodote, après « enquêtes sur le terrain », de l'origine égyptienne des mathématiques à un « haut niveau », selon la tradition grecque avérée et comme l'énonciation de la finalité des mathématiques selon Hérodote et par lui-même.

Cependant, « le Père de la logique » conteste cette interprétation et cette finalité en écrivant dans le chapitre digne du « Père de la logique » consacré à « l'histoire des techniques, des arts et des sciences » de son livre « La Métaphysique » : « Après le développement complet des découvertes de cette sorte, furent inventées des sciences dont la finalité n'est ni le plaisir, ni les nécessités de la vie, et d'abord dans les contrées où des hommes disposaient de loisir. C'est ainsi que l'Egypte a été l'unique berceau des arts mathématiques, la caste sacerdotale y jouissant de grands loisirs » ([7], A, 1, 981, b, 10-30).

Plus de deux millénaires plus tard, le grand mathématicien allemand C. Jacobi fera encore résonner les échos de cette apologie du génie africain par « le Père de la logique » en écrivant au grand mathématicien français Legendre à propos d'un autre grand mathématicien français Joseph Fourier dont le département de mathématiques d'une des universités de Grenoble porte avec fierté le nom : « M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels. Mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain » (voir le préambule du livre « Pour l'honneur de l'esprit humain » [14] de Jean Dieudonné).

La formule d'Ahémessou apporte une solution géniale et magistrale à cette question de la finalité des mathématiques sur laquelle débattaient déjà les historiens et philosophes grecs et sur laquelle continuent à débattre sans fin les historiens et philosophes des mathématiques, comme s'ils tournaient en rond depuis des millénaires. D'après cette formule, la finalité première des mathématiques n'est rien d'autre que « la connaissance de la nature dans sa totalité matérielle et intelligible, visible et invisible ».

La pratique des mathématiques amène naturellement à penser comme Platon que « la nature intelligible » ou « le monde intelligible » en question est, tout comme « la nature matérielle » ou « le monde matériel » en question, un « monde réel » mais plongé dans une « obscurité intellectuelle originelle » et sur des parcelles duquel l'activité de la recherche mathématique consiste à « projeter localement la lumière de l'intelligence humaine » pour maintenir éclairées ces parcelles grâce à la mémorisation permise par l'écriture et les bibliothèques ou grâce à la transmission vivante du savoir si chère à Socrate.

A la lumière de cette conception de la finalité première des mathématiques, les mathématiques apparaissent comme « une religion de la connaissance », plus précisément « une religion de la connaissance du monde réel dans sa totalité visible et invisible, matériel et immatériel, concret et intelligible ».

En comparaison de cette finalité première, toutes les autres finalités que la raison peut honnêtement attribuer aux mathématiques doivent être considérées comme des « finalités secondes » et des « finalités par surcroît ». C'est le cas donc des finalités évoquées par Hérodote, Aristote, et Fourier, à savoir la gestion fiscale, les nécessités de la vie, le ludique, l'utilité publique, et l'honneur de l'esprit humain.

C'est aussi le cas de « la valeur pédagogique » et de « l'utilité à la fois pour l'art de la guerre et pour le passage de l'âme elle-même du monde sensible au monde intelligible » que « le Père de la philosophie » reconnaît aux mathématiques au point de recommander dans son livre « La République » : « Il convient donc, Glaucon, de rendre cette science obligatoire, et de persuader ceux qui sont destinés à remplir les plus hautes fonctions de l'Etat d'en entreprendre l'étude et de s'y appliquer, non pas superficiellement, mais jusqu'à ce qu'ils arrivent à la pure intelligence à pénétrer la nature des nombres, non point pour la faire servir, comme les négociants et les marchands, aux ventes et aux achats, mais pour en faire des applications à la guerre et pour faciliter à l'âme elle-même le passage du monde sensible à la vérité et à l'essence… Tu vois donc, ami, repris-je, qu'il y a chance que cette science nous soit réellement indispensable, puisqu'il est évident qu'elle oblige l'âme à se servir de la pure intelligence pour atteindre la vérité en soi… Mais as-tu déjà remarqué que ceux qui sont nés doués en calcul saisissent rapidement presque toutes les sciences, et que les esprits pesants, lorsqu'ils ont été exercés et rompus au calcul, à défaut d'autres profits, en retirent tout au moins celui d'accroître la pénétration de leur esprit ? … Et puis, je crois, il serait difficile de trouver beaucoup de sciences qui coûtent plus d'efforts à apprendre et à pratiquer que celle des nombres… Pour toutes ces raisons nous ne devons pas la négliger. Il faut au contraire y dresser les meilleurs esprits » ([27'], livre VII).

Plus de deux mille ans après, depuis les profondeurs de la Chine, Pan Lei fera étonnamment écho à ces finalités secondes des mathématiques évoquées par Platon et celle évoquée par Hérodote en écrivant vers 1690 : « Sans les mathématiques, impossible de comprendre la mesure du ciel et l'arpentage de la terre ; impossible de régler les impôts et de gérer les finances ; impossible d'installer les camps militaires et de disposer les troupes ; impossible de mettre en œuvre et d'administrer les travaux publics. Les Anciens étudiaient les mathématiques dans leur jeunesse et ils y étaient parfaitement habitués à l'âge adulte. Ils les appliquaient à l'administration du gouvernement et à tous les travaux : constructions, irrigation, arts du feu, etc., et tout se conformait à leur volonté » (voir [26']).

Quelques décennies avant ces réflexions de Pan Lei, Gallilée fera tout étonnamment écho quant à lui à la finalité première des mathématiques évoquée par Ahémessou en écrivant en 1623 : « la philosophie est écrite dans ce très vaste livre éternellement ouvert devant nos yeux – je veux dire l'Univers – mais on ne peut le lire avant d'avoir appris la langue et s'être familiarisé avec les caractères dans lesquels elle est écrite. Elle est écrite en langue mathématique et ses lettres sont des triangles, des cercles et d'autres figures géométriques, moyens sans lesquels il est humainement impossible de comprendre un seul mot, sans lesquels l'on erre en vain dans un obscur labyrinthe » (voir [16'']).

Près de quatre siècles après, le mathématicien Jean-Pierre Serre, Médaillé Fields et Premier Prix Abel, complètera cette réflexion de Gallilée en disant : « En effet, la physique, ce sont les règles que Dieu a créées, les mathématiques, les règles qu'il a dû suivre », d'après une citation de l'ancien Ministre français de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, M. Gilles de Robien en 2006 (voir [29']).

Cependant, l'illustration la plus éloquente de la hiérarchie entre les diverses finalités des mathématiques et de la primauté de la finalité première des mathématiques qui est « la connaissance de la nature dans sa totalité matérielle et intelligible » sur les autres finalités des mathématiques est sans doute ce témoignage de Plutarque sur Archimède : « Archimède avait un esprit si élevé et si profond et avait acquis un si riche trésor d'observations scientifiques que, sur les inventions qui lui ont valu le renom et la réputation d'une intelligence non pas humaine, mais divine, il ne voulut laisser aucun écrit ; il tenait la mécanique et en général tous les arts qui touchent aux besoins de la vie pour de vils métiers manuels et il consacrait son zèle aux seuls objets dont la beauté et l'excellence ne sont mêlées d'aucune nécessité matérielle, qui ne peuvent être comparées aux autres, et dans lesquels la démonstration rivalise avec le sujet, celui-ci fournissant la grandeur et la beauté, celle-ci une exactitude et une puissance surnaturelles. Il n’est pas possible de trouver dans la géométrie des propositions plus difficiles et plus abstraites, exposées suivant des principes plus simples et plus clairs. Les uns attribuent ce résultat au génie naturel d’Archimède, les autres à un excès de labeur grâce à quoi chacun de ses travaux semble avoir été fait aisément et sans peine. Cherchez la démonstration, vous ne la trouverez pas tout seul ; mais, dès que vous l’aurez apprise, vous penserez que vous auriez pu la trouver tout seul, tellement est unie et rapide la route par laquelle il vous conduit à la preuve… Auteur de belles et nombreuses découvertes, il pria, dit-on, ses amis et ses parents de placer sur sa tombe, après sa mort, une sphère inscrite dans un cylindre et d’y indiquer le rapport entre les volumes de ces deux solides » (voir [27’’]).

7. CONCLUSION

Dans le titre d’un livre célèbre, les mathématiciens Richard Courant et Herbert Robbins ont posé la question « Qu’est que les mathématiques ? » [10’].

A la fin de l’introduction à leur livre, ils font remarquer avec pertinence que « ce n’est pas la philosophie, mais l’expérience qui permet de répondre à cette question ».

Ce n’est donc pas la philosophie, mais l’expérience qui permet au scribe Ahémessou de répondre à cette question par sa formule dont on ne peut se lasser d’admirer la profondeur, la densité, la clairvoyance et la pertinence, et par laquelle il définit en une seule phrase, non seulement la nature, l’essence, et la finalité première des mathématiques, mais aussi son omnipuissance sur la nature matérielle et intelligible.

Plus de trois millénaires et demi plus tard, Albert Einstein propagera les échos lointains de cette réflexion d’Ahemessou sur cette omnipuissance du monde intelligible sur le monde sensible grâce aux mathématiques, et donc sur l’emprise mystérieuse du monde intelligible sur le monde sensible grâce aux mathématiques, en écrivant : « le fait même que la totalité de nos expériences sensibles est telle que qu’au moyen de la pensée (opération avec des concepts, création et emploi de relations fonctionnelles entre eux, coordination d’expériences sensibles à ces concepts) elle peut être mise en ordre, ce fait, dis-je, ne peut que nous étonner et nous ne le comprendrons jamais. On peut dire que « l’éternel mystère du monde est sa compréhensibilité » » ([16’], p. 21)

Quelques années plus tard, le Prix Nobel de Physique de 1962, Eugène Wigner fera de même écho à la fois à cette réflexion de Ahémessou et à la précédente de Einstein en écrivant dans un article au titre évocateur « L’effectivité inexplicable (unreasonnable en anglais) des mathématiques dans les sciences de la nature » : « l’immense utilité des mathématiques dans les sciences de la nature est quelque chose qui confine au mystère et qui n'a pas d'explication rationnelle… Le miracle de l'adéquation des mathématiques à la formulation des lois de la physique est un présent merveilleux que nous ne pouvons ni comprendre, ni mériter » [31].

Pour tout enseignant des mathématiques et tout chercheur en mathématiques, cette formule d'Ahemessou, vieille de plus de trois milles six cents ans, énoncée en pleine éclosion des mathématiques en terre Africaine et au bord du Nil, au terme de la « longue marche » des mathématiques depuis Blombos en Afrique du Sud il y 77 milles ans jusqu'en Egypte, en passant par Ishango au Congo il y 25 milles ans et en suivant le cours du Nil, restera sans doute à jamais la réflexion la plus intelligente et la plus éclairante sur les mathématiques, et qui fait honneur à cette « apologie des mathématiques » digne du « Père de la philosophie » et formulée en ces termes par le Président de l'Université de Kyoto à l'ouverture du Congrès International des Mathématiciens en 1990 à Kyoto : « J'ai la conviction intime que les mathématiques sont le cœur de l'universalité de la sagesse humaine. Depuis les temps anciens, les mathématiques ont servi de guide de la sagesse pour la traversée de l'histoire de la culture. Depuis la même époque, le champ des mathématiques s'est étendu à toutes les branches de la connaissance et elles nous mène tout au long du chemin vers la Vérité et la Raison » (voir [21''], p. xxxv).

BIBLIOGRAPHIE

[1] K. Adjamagbo, C. M. Diop, Sur la mesure du cercle et de la sphère en Egypte ancienne, ANKH, Revue d'Egyptologie et de civilisations africaines, no. Vol. 4/5, (1995-1996), 222-244.

[2] Pascal Kossivi Adjamagbo, Conférence sur l'origine africaine des beaux-arts, de l'architecture et de l'urbanisme, Conférence à l'EAMAU, Ecole Africaine des Métiers de l'Architecture et de l'Urbanisme, Lomé, 14 juillet 2007, http://www.eamau.org/conference_Adja.php.

[3] K. Adjamagbo, Origine africaine des mathématiques, Video Cassette d'une émission TV, http://www.dailymotion.com/video/x56447_origine-africaine-des-mathematiques_tech.

[3'] K. Adjamagbo, Sur l'origine africaine des mathématiques, conférence inaugurale de l' Unité Universitaire du Togo de l'Université Catholique de l'Afrique de l'Ouest, Lomé le 12 novembre 2007, à paraître sous le titre « L'origine africaine des mathématiques images à l'appui », chez Menaibuc, Paris
[4] K. Adjamagbo, A. van den Essen, On the equivalence of the Jacobian, Dixmier and Poisson Conjectures in any characteristic, arXiv:math.AG/0608009 v1, 1 Aug 2006.

[5] Unesco, Histoire générale de l'Afrique II, Jeune Afrique/Stock/Unesco, 1980.

[6] J. Assmann, Maât, l'Egypte pharaonique et l'idée de justice sociale, La Maison de vie, 1999.

[7] Aristote, La Métaphysique, Tome I, Nouvelle édition entièrement refondue, avec commentaires de J. Tricot, Librairie Philosophique J. Vrin, Paris, 1953.

[8] P. du Bourguet, Esquisse de la théologie égyptienne des temps pharaoniques, Humanisme et foi chrétienne, Mélanges scientifiques du centenaire de l'Institut Catholique de Paris, publiés par C. Kannengiesser et Y. Marchasson, Beauchesne, (1976), 437-449.

[9] J.-P. Bourguignon, René Thom : « mathématicien et apprenti philosophe », Bull. AMS, Vol. {\bf 41} (1983), Num. 3, 273-274.

[10] S. Clarke, R. Engelbach, Ancien Egypt Construction and Architecture, Dover, New York, 1990, original 1930.

[10'] R. Courant, H. Robbins, What is Mathematics, Oxford University Press, 1978

[11] René Descartes, Le Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences, Première édition Ian Maire, Leiden, 1937.

[12] J. Dieudonné, Avant-propos, dans A. Lautman, Essai sur l'unicité des mathématiques, Union Générale d'Edition, Paris, (1977).

[13] J. Dieudonné, Le développement historique de la notion de groupe, Bull. Soc. Math. Belgique, 28 (1978), 267-296.

[14] J. Dieudonné, Pour l'honneur de l'esprit humain, Les math\'ematiques aujourd'hui (Mathematics, the music of reason), Hachette, Paris, 1987 (Berlin, Springer-Verlag, 1992).

[15] J. Dieudonné, A history of algebraic and differential topology, Birkhaüser, Boston,(1989).

[16] C. A. Diop, Civilisation ou barbarie (Civilization or barbarism), Paris, Présence Africaine, 1981 (Brooklyn, N.Y., Lawrence Hill Books, 1991.

[16'] A. Einstein, La physique et la réalité, dans Conceptions scientifiques, Flammarion, 1990

[16''] Gallilée, L'Essayeur, 1623

[17] René Girard, Des choses cachées depuis la fondation du monde (Things Hidden since the Foundation of the World), Paris, Grasset, 1978 (Stanford: Stanford University Press, 1987.

[18] A. Grothendieck, Récoltes et semailles, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier 1985, et http://www.grothendieck-circle.org/.

[19] Gunn, B., An Architech's Diagram of the third Dynasty, dans Annales du service des Antiquités de l'Egypte (Cairo) 26, 1926.

[20] M. Heidegger, Was heisst Denken ? (What is called thinking ?), Tübingen, M. Niemeyer, 1954 (New York, Harper and Row, 1968).

[21] Hérodote, L'Egypte, Histoires, II, Les Belles Lettres, Paris, 1997.

[21'] A. Imhausen, Ancient Egyptian Mathematics : New perspectives on Old Sources, The Mathematical Intelligencer, Vol. 28, n. 1, 2002, 19-27

[21''] International Congress of Mathématicians, Proceedings, August 21-29, 1990, Kyoto, Japan, Volume I, Springer-Verlag,

[22] A. Jackson, Comme Appelé du Néant - As if Summoned from the Void: The Life of Alexandre Grothendieck, Notices Amer. Math. Soc., Vol. 51, Num. 9, (October 2004), 1038--1056, and Num. 10, (November 2004), 1196-1212.

[23] B. Lumpkin, Mathematics Used in Egyptian Construction and Bookkeeping, The Mathematical Intelligencer, Vol. 24, n. 2, 2002, 20-25.

[24] Théodule Devéria, L'expression Mààt - Xerou, Recueuil de Travaux, t. I, 1870, p. 10-18, ou G. Maspero, Bibliothèque Egyptologique, T. 5, Théodule Devéria, Mémoire et fragments II, 1897, p. 281-295.

[25] T. Obenga, La géométrie égyptienne, L'Harmatan-Khepera, 1995.

[26] T. Obenga, L'Egypte, la Grèce et l'Ecole d'Alexandrie, L'Harmattan-Khepera, 2005.

[26'] Pan Lei, dans Fun cheng Lun, 1690

[27] Platon, Phèdre, Les Belles Lettres, Paris, 1994.

[27'] Platon, La République

[27''] Plutarque, Vie des hommes illustres,

[28] H. Poincaré, The foundations of science : Science and Hypothesis, The Value of Science, Science and Method, New York, The Science Press, 1921.

[29] G. Robbins, C. Shute, The Rhind Mathematical Papyrus : An Ancien Egypt Tex, New York, Dover, 1990.

[29'] G. de Robien, Discours à l'occasion de la reception en l'honneur du Professeur Wendelin Werner, Paris, 12 septembre 2006, Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche.

[29''] C. Rossi, Architecture and Mathematics in Ancient Egypt, Cambridge University Press, 2003.

[29'''] Science et Avenir, 1000 ans avant les pyramides, L'Egypte des Rois Scorpions, Mai 2006, p. 54-67.

[30] A. Weil, Une letter et un nextrait de letter à simone Weil, dans Oeuvres scientifiques, Collected Papers, Vol I, Springer-Verlag

[30'] S. Weil, Sur la science, Paris, Gallimard, 1966.

[31] E. Wigner, the unreasonable effectiveness of mathematics in the sciences of the nature, in Communications on Pure and Applied mathematics, Vol. 13 (1960), p. 1-14

ANNEXE

PAROLES DE SAGESSE MATHEMATIQUE
Composées ou sélectionnées par
Pascal Kossivi Adjamagbo

adja@math.jussieu.fr

Version du 19 février 2009

1/ Il ne suffit pas d'écrire des choses justes, il faut encore justifier ce que l'on écrit.

1'/ Pour bien admirer une statue, il est naturel de varier le point de vue et l'angle d'observation.

2/ Il vaut mieux être plus propre au brouillon qu'au propre.

3/ En matière de calcul, l'intelligence consiste à être bête et discipliné
(comme un ordinateur).

4/ L'action est parfois plus imaginative que l'imagination.(Alain)
(examiner des cas particuliers permet parfois d'imaginer le cas général.)

4'/ L'imagination est plus que la connaissance (Einstein)

5/ L'attention et l'imagination sont comme deux sœurs ennemies dont l'entente produit le génie.

6/ Dis-moi qui tu fréquentes, je te dirai qui tu es.
(la fréquentation crée la familiarité et l'intimité.)

7/ C'est en forgeant qu'on devient forgeron.

8/ la spontanéité du pianiste cache un travail acharné.

9/ Le génie, c'est 1% d'inspiration et 99% de transpiration

10/ Un train peut en cacher un autre.
(une erreur peut en cacher une autre.)

11/ Avant de sortir d'un train, on vérifie si on n'a rien oublié.
(avant de quitter un calcul ,on vérifie si on ne s'est pas trompé.)

12/ Le vrai et le faux sont les faces d'une même médaille.
(Le faux est un moment de vrai, Hegel.)

13/ L'imitation est le début de l'intelligence et de la créativité

14/ Un feu de paille bien entretenu peut amorcer un feu de bûche.
(une petite remarque bien exploitée peut devenir une grande idée)

15/ Tous les versants aboutissent au sommet de la montagne, mais tous ne permettent pas de l'atteindre. (parmi les chemins théoriques qui permettent de résoudre un problème, certains sont impraticables)

16/ Il y a une différence entre mettre au monde un enfant et lui donner un nom. (il y a une différence entre assurer l'existence d'un objet mathématique et le désigner par un nom)

17/ Une plante grimpante privée de tuteur est condamnée à ramper par terre. (un étudiant privé de modèle est condamner à ramper dans la médiocrité)

18/ Celui qui comprend mieux les difficultés a plus de chance de les surmonter.

19/ Le plus sûr moyen de surmonter une difficulté, ce n'est pas de l'affronter mais de la contourner.

20/ La difficulté, ce n'est pas de commencer, mais de recommencer, il n'y a que ceux qui recommencent qui achèvent.

21/ On ne peut récolter que là où l'on a semé à temps.

22/ Le beau est un fil conducteur qui mène au vrai.

23/ Le temps passé ne revient plus, mais on peut revenir sur le temps passé pour en tirer et retenir des leçons.

24/ Si tu ne sais pas où tu vas, saches au moins d'où tu viens (proverbe éwé). En particulier, si tu ne vois pas où te mène ton raisonnement, garde au moins à l'esprit toutes les hypothèses de ton problème.

25/ La solution d'un problème reste en souffrance aussi longtemps qu'une donnée qui lui est chère lui manque.

26/ L'intuition devance et va plus vite que la raison sur le chemin du vrai et du beau.

27/ L'intuition trouve et la raison met en forme.

27'/ L'intuition précède la raison comme l'intention précède l'action.

28/ La confusion est source d'illusion, et l'illusion source de perte de temps.

30/ La simplicité est une source de fécondité.

31/ Il arrive que la main trouve ce que la pensée et les yeux cherchent en vain.

32/ Observer avec un regard aiguisé et persévérant finit par faire jaillir la lumière.

33/ Qui sème le faux récolte l'absurde.

34/ Ce qu'on voulait faire, c'est en le faisant qu'on le découvre (Alain)

35/ La victoire est après le combat et non avant

36/ « En mathématiques, les choses les plus simples arrivent en dernier » Jacques Hadamard, mathématicien français.

37/ « La simplicité est la sophistication suprême » Léonard de Vinci

38/ Les mathématiques sont une quête astucieuse de la simplicité et de l'élégance

39/ Les mathématiques sont un corps vivant de méthodes faisant de la méthode la nature des mathématiques.

40/ La primauté des méthodes sur les objets est une des sources de fécondité et de progrès des mathématiques.

41/ Dans le ciel étoilé de l'essence des mathématiques brillent le vrai, le bien, le beau, la justesse, l'exactitude, la rigueur, la précision, l'harmonie, l'ordre, l'élégance, et la simplicité.

42/ La finalité première des mathématiques, c'est la connaissance de la nature matérielle et immatérielle, visible et invisible. Les autres finalités sont des finalités par surcroît.

43/ « Les mathématiques sont une méthode rigoureuse d'investigation de la nature afin de connaître tout ce qui existe mais est caché » Ahémessou, mathématicien africain, en 1650 avant JC.

44/ Les difficultés finissent toujours par se plier à la force des idées justes, car « contre la nécessité, on n'a jamais vu tenir tête, même de la part de la divinité » (Platon, Les Lois, VII, 818)

45/ « La physique, ce sont les règles que Dieu a créées, les mathématiques, les règles qu'Il a dû suivre », Jean-Pierre Serre, mathématicien français.

46/ En mathématiques, ce n'est pas grave de se tromper dans la recherche d'une solution. Ce qui est grave, c'est de ne pas vérifier ce que l'on affirme et présente comme vrai.

47/ Celui qui agit par calcul risque de se tromper dans ses calculs.

48/ « L'opinion vraie étayée par le raisonnement, c'est cela la science, tandis que l'opinion dépourvue de raisonnement est en dehors de toute science » (Platon, Théétète)

49/ « En mathématiques, « évident » est le mot le plus dangereux », E. T. Bell

50/ « On résout les problèmes qu'on se pose, et non les problèmes qui se posent » Henri Poincaré, mathématicien français.

51/ Celui qui ne s'approprie pas un problème n'a aucune chance de le résoudre un jour.

52/ « on ne résout pas un problème avec les modes de pensées qui l'ont engendré » Albert Einstein

53/ Un changement de point de vue et une révolution de pensée sont nécessaire à la résolution d'un problème difficile.

54/ C'est la variation et la complémentarité des points de vue qui permet d'apprécier toute la beauté d'une statue

56/ En lâchant une meute de chiens suffisamment nombreux sur les traces d'un gibier, le chasseur avisé et entêté fini toujours par le débusquer.

57/ Un chef d'œuvre est toujours l'aboutissement d'une intuition, mais une intuition n'aboutit pas toujours à un chef d'œuvre.

58/ C'est dans la concentration que l'artiste et le chercheur puisent la fécondité et la force pour concrétiser son intuition, pour fabriquer du rationnel à partir du non rationnel.

59/ L'imagination jaillit de l'action et non de la contemplation, encore moins de l'immobilisme.

60/ Toucher le fond offre une chance de rebondir à qui sait la saisir.

61/ Il ne suffit pas de semer à profusion pour espérer récolter quelque chose. Il faut encore semer aux bons endroits et au bon moment.

62/ On n'attend pas l'éclatement de la guerre pour chercher à s'armer.

63/ Le paysan n'attend pas l'arrivée de l'hiver pour ramasser et amasser le bois pour se chauffer.

64/ Ce qui commence bien ne se termine pas toujours bien.

65/ Il ne suffit pas d'être intelligent. Il faut encore mettre son intelligence dans tout ce que l'on fait.

66/ Il ne suffit pas d'avoir l'imagination fertile. Il faut encore mettre son imagination dans tout ce que l'on fait.

67/ Celui qui voit clairement pourquoi une chose est fausse entrevoit mieux comment transformer le faux en vrai.

68/ Celui qui regarde le faux en face voit le vrai de dos.

69/ Le hasard comme la nécessité sont des chemins qui peuvent conduire à la vérité.

70/ Celui qui est pressé d'aboutir doit se garder de prendre une avancée pour l'aboutissement et se rappeler que « un train peut en cacher un autre ».

71/ « Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas, c'est parce que nous n'osons pas qu'elle sont difficiles » Sénèque

72/ « Les difficultés ne sont pas faites pour abattre, mais pour être abattues » Charles de Montalembert.

73/ « L'optimisme dans l'action est préférable au pessimisme de la pensée », Harold Zindler.

74/ Celui qui progresse dans la compréhension des difficultés se rapproche sûrement de la solution.

75/ La tempête renforce les racines de l'arbre qu'elle n'a pas réussi à déraciner

76/ La répétition est la règle d'or de la pédagogie.

77/ Celui qui lit et relit peur découvrir chaque fois qu'il relit qu'il n'avait pas lu.

78/ Il faut du temps aux fleurs pour porter du fruit et aux fruits pour mûrir.

79/ Lorsque le fruit est mûr, il tombe de lui-même, lorsqu'une solution est mûre, elle tombe d'elle même sous le sens.

80/ « Ce qui se conçoit bien s'énonce clairement et les mots pour le dire arrivent aisément » Nicolas Boileau

81/ Si une notion s'énonce confusément ou les mots pour le dire arrivent péniblement, alors cette notion est mal conçue.

82/ Pour arriver à fendre un tronc d'arbre, il suffit de réussir à y enfoncer un coin. (Il ne reste plus qu'à taper dessus comme un malade).

83/ « Les valeurs essentielles du beau sont la précision, la symétrie et l'harmonie, et ce sont les mathématiques qui les expriment le mieux » Aristote.

84/ En mathématiques, le mieux n'est pas l'ennemi du bien.

85/ D'après la tradition multimillénaire africaine des contes, il est inconcevable de faire jouer un rôle à un personnage sans l'avoir présenté au début D'après la tradition multimillénaire africaine des mathématiques inspirée de cette première tradition, il est tout aussi inconcevable de faire jouer un rôle à un objet mathématique sans l'avoir préalablement présenté.